

Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

UMR 7598 CNRS

Université Pierre et Marie Curie Paris VI
et Université Paris Diderot Paris 7

Résumés des exposés du mois de février 2015

Modification de programme :

L'exposé de Benoit Sarels initialement prévu le vendredi 6 février est reporté à une date ultérieure et est remplacé par un exposé de Didier Smets

06 février 2015

14h00 **Didier Smets** (Université Pierre et Marie Curie Paris VI)
Le phénomène saute-mouton en mécanique des fluides

Résumé

L'analyse mathématique de l'évolution de tubes de vorticité arbitraires en mécanique des fluides classiques ou quantiques demeure largement à faire. Le cas particulier des anneaux de vorticité, plus simple du fait de la réduction en symétrie cylindrique, a pu être abordé déjà par Helmholtz puis Kelvin à la fin du 19 me siècle, et a été abondamment étudié depuis. Le premier avait ainsi décrit, sans toutefois réussir à l'observer, un phénomène d'interaction entre anneaux, dit de saute-mouton (ou plutôt de saute-grenouille...), que certains sont aujourd'hui à même de reproduire en laboratoire.

Dans cet exposé, je commencerai par rappeler la problématique historique avant de discuter deux travaux en cours, en collaboration avec R.L. Jerrard (pour les fluides quantiques) et E. Miot et P. Gravejat (pour les fluides classiques), ayant pour but la justification mathématique de ces observations.

13 février 2015

14h00 **Laurent Baratchart** (Inria Sophia Antipolis)
Problèmes non strictement elliptiques avec coefficients $exp(W^{1,2})$ dans le plan

Résumé

Le problème de Dirichlet homogène pour une équation du type $\operatorname{div}(\sigma \nabla u) = 0$ sur un ouvert $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ a été abondamment étudié lorsque la conductivité σ est strictement elliptique : $0 < c < \sigma < C < +\infty$. Le cas de données appartenant à $L^p(\partial\Omega)$, où $\partial\Omega$ désigne le bord de Ω supposé lisse ou même Lipschitz-régulier, a notamment donné lieu

à plusieurs développements visant à affaiblir les hypothèses de régularité sur σ , *cf.* par exemple les travaux de Kenig-Pipher, Kenig-Koch-Pipher-Toro, Verchota-Vogel, Auscher-Axelsson, Auscher-McIntosh-Mourgoglou et d'autres.

Nous nous intéresserons ici à une situation dans le plan (*i.e.* $n = 2$) où σ n'est pas strictement elliptique. Nous exploiterons le fait que, sur un domaine plan, un lien étroit existe entre les solutions de $\operatorname{div}(\sigma \nabla u) = 0$ et les fonctions pseudo-holomorphes, *i.e.* les w vérifiant $\bar{\partial} w = \alpha \bar{w}$. Plus précisément, si v est la conjuguée généralisée de u , alors $w = \sigma^{1/2} u + i \sigma^{-1/2} v$ est pseudo-holomorphe avec $\alpha = \bar{\partial} \log \sigma^{1/2}$. Ce lien nécessite une certaine différentiabilité de σ , mais n'impose pas l'ellipticité stricte dès lors que $\log \sigma$ appartient à un espace de Sobolev $W^{1,r}(\Omega)$ avec $r \leq 2$. Nous montrerons comment la théorie pseudo-holomorphe de Bers-Vekua, initialement développée pour $r > 2$, se généralise pour partie au cas $r = 2$ et nous en déduirons le caractère bien posé, dans des classes de Hardy généralisées, du problème de Dirichlet sur un ouvert assez régulier du plan avec données dans l'espace pondéré $L^p(\partial\Omega, \sigma^{p/2})$ lorsque $\sigma \geq 0$ et $\log \sigma \in W^{1,2}(\Omega)$. Pour de telles solutions, les estimés non-tangentiels ne sont pas nécessairement valides et les solutions peuvent être localement non bornées.

20 février 2015

14h00 **Piermarco Cannarsa** (Université de Rome 2 Tor Vergata)
Dynamique singulière pour les équations d'Hamilton-Jacobi

Abstract

In dynamic programming, the set of points at which the value function of an optimal control problem fails to be differentiable is usually regarded as a region to keep away from. Indeed, the uniqueness of optimal trajectories is generally lost on such a set and numerical schemes become less reliable. Such a viewpoint, however, could be partly reversed thinking of the huge quantity of data that can be compressed at a singular point. This talk will be focussed on singularities of solutions to Hamilton-Jacobi equations, in connection with optimal control problems, and the dynamics that describes their propagation. We will be particularly interested in the study of the invariance of the singular set under such dynamics for two examples of solutions to eikonal-type equations: the euclidean (and riemannian) distance function from the boundary of a bounded domain and the solution of a Cauchy problem given by the Hopf-Lax formula.

27 février 2015

14h00 **Fatiha Alabau** (Université de Lorraine Metz)
Méthode de convexité avec poids optimal pour la stabilisation des EDO et EDP

Résumé

Cet exposé concerne la stabilisation non linéaire des EDO semi-linéaires (par exemple l'oscillateur harmonique semi-linéaire) et des EDP hyperboliques (par exemple de type ondes). Pour ce type de problèmes, une énergie naturelle peut être associée aux solutions,

et cette énergie est dissipée au cours du temps. Nous nous intéressons au comportement asymptotique de cette énergie lorsque le temps tend vers l'infini. Plusieurs questions se posent alors :

- comment décrire de manière optimale, explicite et par une formule simple la vitesse de décroissance de cette énergie vers zéro, en fonction du comportement de l'amortissement non linéaire ou de l'amortissement mémoire en utilisant la relation de dissipation ?
- quels liens peuvent être établis entre les propriétés physiques et les propriétés mathématiques ?
- quelles différences y a-t-il entre le cadre de la dimension finie (EDO) et celui de la dimension infinie (EDP) ?
- peut-on donner un cadre général d'étude de ces questions qui s'appliquerait à de nombreuses EDP, à des dissipations de nature différente ?
- cette analyse peut-elle être poursuivie de manière unifiée pour les EDP semi-discrétisées spatialement, temporellement ou totalement ?

Nous présenterons la méthode de convexité avec poids optimal qui permet de répondre à ces différentes questions d'une façon unifiée, en lien avec d'autres outils, et nous pointerons les questions restant ouvertes. Nous nous attacherons aussi à faire comprendre que des propriétés simples et nouvelles peuvent être dégagées lorsque les bonnes questions et les bons outils sont définis et introduits.

L'un des buts de cet exposé sera aussi de faire comprendre que cette approche est souple et conduit à une formule générale et simple dont on montrera l'optimalité en dimension finie. Une partie de ces travaux a été effectuée en collaboration avec Yannick Privat et Emmanuel Trélat.